

# РАДІОТЕХНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

УДК 621.396.96

DOI <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2022.6/07>**Воловик А.Ю.**

Вінницький національний технічний університет

## АДАПТИВНЕ ОЦІНЮВАННЯ СТАНУ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ ЗА НАЯВНОСТІ НЕСПРАВНОСТЕЙ У КАНАЛІ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

На практиці не виключені випадки раптових змін у динаміці фізичних систем, які є причиною погіршення їх якісних показників. Такі зміни прийнято класифікувати як несправності або відмови. Зазвичай, для підтримання постійної працездатності системи, застосовують процедуру компенсації впливу несправностей за рахунок апаратно-архітектурної або функціональної надлишковості. У представлений роботі увага зосереджена на проблемі своєчасного виявлення несправностей та їх розпізнавання шляхом застосування в рамках байєсового підходу методів сукупного оцінювання як параметрів системи, так і її вектора стану. З цією метою була скорегована модель каналу спостережень, яка не виключала появу результатів різної точності включно з аномальними, а результат синтезу представлений у вигляді фільтра з пониженою чутливістю до дії аномальних похибок. Стійкість синтезованого фільтра до аномальних похибок досягається за рахунок вагового осереднення оцінок пари паралельно працюючих фільтрів, кожен з яких налаштований на відповідну гіпотезу про стан каналу спостережень. У якості вагових множників використовуються апостеріорні ймовірності справного стану каналу спостережень та його альтернативи. Оскільки обчислення апостеріорних ймовірностей вимагають результатів поточних спостережень, то по відношенню до результатів спостережень синтезований фільтр є нелінійним. У зв'язку з цим, його практична реалізація потребує попереднього прискіпливого статистичного моделювання за методом Монте–Карло.

Для подолання апріорної невизначеності щодо ймовірності появи аномальних похибок був запропонований варіант побудови адаптивного фільтра, у якому замість апріорно заданих значень ймовірностей появи аномальних похибок використовувалось їх середні значення. Приводиться демонстративний приклад, який доказує працездатність синтезованого фільтра, визначені межі його застосування з точки зору якості оцінювання та тривалості процесу адаптації. Дана оцінка точності поточних результатів фільтрації.

**Ключові слова:** адаптація, аномальні похибки, псевдобайєсові оцінки, результати спостережень різної точності, фільтр Калмана.

**Вступ.** У практичній діяльності нерідко трапляються випадки, коли динаміка фізичних систем зазнає раптових змін, що призводить до погіршення їх якісних показників. Часто ці зміни класифікують як несправності або відмови, причиною яких може бути некоректна робота окремих пристроїв або підсистем. Для підтримання постійної працездатності системи користуються інтуїтивно зрозумілою ідеєю – компенсації впливу несправностей за рахунок апаратно-архітектурної або функціональної надлишковості [1]. Головна увага у представлений роботі зосереджена на проблемі виявлення несправностей та їх розпізнавання шляхом модифікації методів оптимальної лінійної фільтрації за Калманом. Останнім часом сформувались декілька базових підходів

до розв'язку зазначеної проблеми [2–6]. Перший з них заснований на роботі Фрідланда [7], що запропонував апроксимувати фільтр Калмана, у якому вводився додатковий векторний вхід асоційований з впливом діючих несправностей та збурень, паралельною діючою структурою меншої розмірності. На сьогоднішній день основні зусилля у цьому напрямку спрямовані на пошуку методів апроксимації, що поєднують прийнятну точність з обмеженнями, не занадто обтяжливими для практичних втілень [8, 9]. Основою альтернативного, другого підходу є припущення, що будь-якої апріорної інформації щодо динамічних властивостей діючих несправностей не існує. Кітанідіс [10] був першим, хто вирішував цю проблему з метою одержання лінійних незміщен-

них оцінок з мінімальною дисперсією за рахунок уведення обмежень, що накладались на структуру системних матриць. Гіллінз, Мур та ін. [11–13] узагальнили результати [10], застосували при цьому параметричний підхід для отримання оптимальних оцінок. Основу третього напрямку, куди відноситься представлена робота, складають публікації, пов'язані з використанням елементів параметричної або (та) структурної адаптації системи у темпі реального часу. У такому разі стохастична постановка задачі передбачає застосування методів сукупного виявлення, оцінювання та ідентифікації, як параметрів системи, так і її структури. Тут, серед робіт академічного плану [14–16] слід відзначити роботи прикладного характеру [17–19].

**Постановка задачі.** Ефективність використання методів синтезу пристроїв відновлення вектора стану системи за результатами спостережень, розмірність яких є меншою від розмірності відновлюваного вектора стану, певною мірою залежить від повноти апріорної інформації щодо математичної моделі процесів, що мають місце у об'єкті контролю та механізму утворення вихідних даних. У разі стохастичного варіанту постановки задачі апріорі передбачається наявність: рівняння, яке описує динаміку процесів у об'єкті контролю  $s(k+1) = \Sigma(k+1, k)s(k) + w(k)$ ,  $s(0) = s_0$  та алгебраїчного рівняння, яке описує механізм утворення вихідних даних  $y(k) = H(k)s(k) + v(k)$ , де  $s(k) \in \mathbb{R}^n$  – вектор стану системи;  $\Sigma(k+1, k)$  – перехідна системна матриця;  $(m < n)$  – вектор спостережень  $(m < n)$ ;  $H(k)$  – матриця спостережень. Окрім того, передбачається що випадкові процеси  $w(k)$ ,  $v(k)$  некорельовані, мають нульові середні значення та відповідно задані коваріаційні матриці  $Q(k)$ ,  $R(k)$ . Якщо дані, що стосуються поточного стану сенсорної підсистеми відсутні, або малодостовірні і не відповідають прийнятним моделям, то задача синтезу відноситься до класу некоректно поставлених [20]. У цьому разі, доцільно змінити постановку задачі і перейти до пошуку більш розширених методів обробки сигналів з одночасним розв'язанням задачі статистичного оцінювання, як параметрів системи так і стану каналу спостережень. Першим кроком на цьому шляху є корекція математичної моделі механізму утворення вихідних даних, яка б враховувала ймовірність появи спостережень різної точності включно з аномальними.

**Обґрунтування моделі несправностей у каналі спостережень.** Пропонується описувати скореговану модель каналу спостережень як

$$y(k) = H(k)s(k) + \varphi(k)v(k); \quad \varphi(k) = 1, \dots, N \quad (1)$$

де  $\varphi(k)$  – параметрична змінна, що характеризує статистичні властивості можливих несправностей сенсорної підсистеми у рамках гаусово-марківської апроксимації випадкових процесів. Пропозиція базується на факті [21], що оптимальний пристрій відновлення вектора стану системи у вигляді фільтра Калмана у будь-який момент часу забезпечує компроміс між швидкістю процесу відновлення та стійкістю до шумів спостережень. Баланс досягається за рахунок певного співвідношення між коваріаційними матрицями шумів збурень  $Q(k)$  та спостережень  $R(k)$  незалежно від їх абсолютних значень. Це співвідношення часто називають відношенням «сигнал/шум у фільтрі Калмана», розуміючи під «корисним сигналом» шумовий процес  $w(k)$ . Баланс можна змінювати, підтримуючи  $Q(k)$  постійним, а  $R(k)$  змінювати, наприклад, за правилом  $R(k) = R_0(k) + \Delta R = R_0(k)[1 + \rho(k)M]$ , де  $R_0(k)$  – номінальне значення коваріаційної матриці шумів спостережень, яке визначає регламентовану точність сенсорної підсистеми;  $\rho$  – параметр невизначеності стану каналу спостережень,  $M$  – постійна, позитивно означена матриця симетричного типу, що описує масштаб змін коваріаційної матриці. Зазначене правило [22, с. 222–233] дає змогу описувати появу спостережень різної точності включно з аномальними похибками у вигляді мультиплікативної складової, вплив якої на результуючу точність, у першому наближенні, можна описувати шляхом уведення у номінальну модель адитивної добавки [5, с. 9–13], де слід покласти  $\varphi(k) = i, i = 1, \dots, N$ ;  $M = I_m$ . Цю пропозицію можна реалізовувати в рамках байєсового підходу або з залученням принципів адаптивної обробки сигналів. У разі застосування байєсової методології результатом синтезу є сукупність модельно-умовних фільтрів Калмана, відповідно налаштованих на кожну з прийнятих до розгляду гіпотез  $R(k) = \varphi^2(k)R_0(k)$ . Величину  $N$  можна оцінювати, наприклад, з таких міркувань. Зазвичай, точність спостережень характеризується значенням регламентованої середньоквадратичної похибки  $\sigma_0$  проте інколи наводяться характеристики точності на рівні  $2\sigma_0$  або навіть  $3\sigma_0$ . У останньому випадку це означає, що у смузі  $\pm 3\sigma_0$  повинно знаходитись не менше 99 % усіх спостережень, а ті що виходять за ці межі дають підставу вважати їх аномальними. Таким чином, число конкуруючих гіпотез  $N$  загалом не перевищує трьох-п'яти, а ймовірність появи аномальних

похибок визначається «хвостами» нормального розподілу розташованих за межами смуги. У тому разі, коли цікавляться лише впливом аномальних похибок на результуючу точність можна обмежитись двома гіпотезами. Гіпотезі  $H_1$  відповідає ситуація  $\varphi(k) = 1$ , тобто канал спостережень справний, а ситуація  $\varphi(k) = N$  ( $N \gg 1$ ) означає наявність аномальних похибок (гіпотеза  $H_N$ ). Саме така ситуація розглядається у наступному підрозділі.

**Модифікація рівнянь оптимального фільтра, стійкого до несправностей у каналі спостережень.** Синтез фільтра малочутливого до порушень працездатності сенсорної підсистеми будемо виконувати на основі байєсової методології з використанням скорегованих математичних моделей

$$y(k) = H(k)s(k) + \varphi(k)v(k), \quad (2)$$

$$s(k+1) = \Sigma(k+1, k)s(k) + w(k); \quad s(0) = s_0 \quad (3)$$

Щодо системи позначень та апріорних даних, то будемо вважати, що вони уже визначені у попередньому підрозділі, а несправності сенсорної підсистеми, що проявляються у вигляді випадкових зникань окремих результатів вимірювань або їх спотворенні будемо враховувати еквівалентним зростанням коваріаційної матриці похибок спостережень до величини  $N^2 R_0(k)$  при  $N \gg 1$ . Оптимальна оцінка, яка мінімізує байєсовий ризик являє собою апостеріорне середнє [21]

$$s_0^*(k/k) = E\{s(k)/Y_1^k\} = \int s(k)\pi[s(k)/Y_1^k] ds(k) \quad (4)$$

де  $Y_1^k = \{y(1), y(2), \dots, y(k)\}$  – певна реалізація послідовності спостережень. Зважаючи на те, що  $Y_1^k$  залежить від параметричної послідовності, а процеси  $s(k), y(k)$  являють собою процеси Маркова, неважко показати, що апостеріорна густина розподілу ймовірностей  $\pi[s(k)/Y_1^k]$  може бути апроксимована зваженою сумою  $2^k$  гаусових густин розподілу для усіх  $k=0, 1, \dots$ . Для цього скористаємось методом математичної індукції та властивостями згладжування умовного середнього. Це дозволяє для записати для першого кроку:

$$\begin{aligned} \pi[s(k)/Y_1^k] &= E_{\varphi(1)}\{s(k)/Y_1^k, \varphi(1)/Y_1^k\} = \\ &= \sum_i \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(1)/Y_1^k] p[\varphi(1)=i/Y_1^k], \quad i=1, N \end{aligned}$$

У аналогічний спосіб запишемо густину розподілу для другого кроку:

$$\begin{aligned} \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(1)] &= E_{\varphi(2)}\{s(k)/Y_1^k, \varphi(2), \varphi(1)/Y_1^k, \varphi(1)\} = \\ &= \sum_i \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(2), \varphi(1)] p[\varphi(2)=i/Y_1^k, \varphi(1)], \quad i=1, N \end{aligned}$$

Поєднання двох кроків дає результат:

$$\begin{aligned} \pi[s(k)/Y_1^k] &= E_{\varphi(2)}\{E_{\varphi(1)}\{\pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(2), \varphi(1)/Y_1^k, \varphi(1)]\}\} = \\ &= \sum_i \left\{ \sum_j \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(2), \varphi(1)] p[\varphi(2)=j/Y_1^k, \varphi(1)] \right\} p[\varphi(1)=i/Y_1^k], \quad i=1, N \end{aligned}$$

Подальше застосування методу індукції до  $k$ -го моменту часу включно утворює гілковий процес, а апостеріорну густину розподілу можна розглядати як зважену суму, що складається з  $2^k$  доданків

$$\begin{aligned} \pi[s(k)/Y_1^k] &= E_{\varphi(k)}\{E_{\varphi(k-1)}\dots E_{\varphi(2)}\{E_{\varphi(1)}\} \\ &\{ \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(k), \dots, \varphi(2), \varphi(1)/Y_1^k, \varphi(k), \dots, \varphi(2)/\dots, \varphi(1)/Y_1^k, \varphi(k)/Y_1^k \} \} \} = \\ &= \sum_i \dots \sum_j \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(k), \varphi(k-1), \dots, \varphi(2), \varphi(1)] p \\ &\{ \varphi(k), \varphi(k-1), \dots, \varphi(2), \varphi(1)/Y_1^k \} \quad (5) \end{aligned}$$

Аналіз виразу (5) показує, що строго оптимальне обчислення оцінки  $s_0^*(k/k)$  потребує знаходження зваженої суми  $2^k$  локально-умовних оцінок  $s(k)$ , і призводить зі зростанням дискретного часу  $k$  до перевантаження пристрою обробки. Виходячи з чисто прагматичної точки зору, припустимо що густина розподілу ймовірностей (5) допускає задовільну апроксимацію для кожного  $k$  одним еквівалентним гаусовим розподілом. Тоді з урахуванням проведеного осереднення  $\pi[s(k)/Y_1^{k-1}]$  маємо еквівалентні параметри  $E\{s(k)/Y_1^{k-1}\} = s_0^*(k/k-1)$ ,  $Cov\{s(k)/Y_1^{k-1}\} = P(k/k-1)$ , знайдені з попереднього обчислювального циклу, або для  $k=0$  повинні задаватись апріорі. Оцінки отримані у такий спосіб не є строго оптимальними з математичної точки зору і отримали назву псевдобайєсових [21]. На відміну від оптимальних оцінок  $s_0^*(k/k)$  їх будемо позначати як  $s^*(k/k)$ . Отже, у підсумку  $\pi[s(k)/Y_1^k]$  допускає спрощену форму обчислень

$$\pi[s(k)/Y_1^k] = \sum_{i=1}^N \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(k)=i] p[\varphi(k)=i/Y_1^k] \quad (6)$$

а співмножники цієї суми можна обчислювати рекурентно, якщо скористатись формулою Байєса та марковими властивостями моделей (2)– (3). Застосувавши формулу Байєса до  $\pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(k)]$  отримуємо:

$$\begin{aligned} \pi[s(k)/Y_1^k, \varphi(k)=i] &= \pi[s(k), y(k)/Y_1^{k-1}, \\ &\varphi(k)=i] \{ \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k)=i] \}^{-1} = \\ &= \pi[s(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k)=i] \pi[y(k)/Y_1^{k-1}, s(k), \varphi(k)=i] \times \\ &\times \left\{ \sum_{i=1}^N \pi[s(k), y(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k)=i] \right\}^{-1} \quad (7) \end{aligned}$$

Оскільки модель динаміки (3) не передбачає явної залежності  $s(k)$  від  $\varphi(k)$ , то

$$\delta[s(k)/Y_1^{k-1}, \varphi(k)=i] = \delta[s(k)/Y_1^{k-1}] = .$$

$$= N \left[ s^*(k/k-1), P(k/k-1) \right]$$

Використання властивостей скорегованої моделі (2) дає:

$$\pi \left[ y(k) / Y_1^{k-1}, s(k), \varphi(k) = i \right] = N \left[ H(k) s(k), \varphi^2(k) R_0(k) \right] \quad (8)$$

Відповідно до формули Байєса, ймовірність  $p[\varphi(k) = i / Y_1^k]$  можна записати як  $p[\varphi(k) = i / Y_1^k] = p[y(k), \varphi(k) = i / Y_1^{k-1}] \{ p[y(k) / Y_1^{k-1}] \}^{-1} = p[\varphi(k) = i / Y_1^{k-1}] \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i] \left\{ \sum_{i=1}^N p[y(k), \varphi(k) = i / Y_1^{k-1}] \right\}^{-1}$

Складова  $\pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i]$  уже була визначена, а другий множник знаходимо, використовуючи властивості умовних ймовірностей

$$p[\varphi(k) = i / Y_1^{k-1}] = \sum_{i=1}^N p[\varphi(k-1) = i / Y_1^{k-1}] \quad (9)$$

$$p[\varphi(k) = i / Y_1^{k-1}, \varphi(k-1) = i], \quad i = 1, N$$

де  $p[\varphi(k-1) = i / Y_1^{k-1}]$  відома з попереднього циклу обчислень, а величина

$p[\varphi(k) = i / Y_1^{k-1}, \varphi(k-1) = i] = p[\varphi(k) = i / \varphi(k-1) = i]$  відома як елемент матриці перехідних ймовірностей, заданої апріорно. Вищенаведені викладки вказують, що отримання оцінок  $s^*(k/k)$  спричиняє певні труднощі через громіздку систему розрахунків. Ситуацію з розрахунками можна дещо спростити, якщо ввести додаткові обмеження на параметричну послідовність  $\varphi(k)$ , а саме будемо вважати її як такою, що некорельована і приймає значення  $1, N$  при  $N \gg 1$  з наперед заданими ймовірностями  $p[\varphi(k) = 1] = q_1(k); p[\varphi(k) = N] = q_N(k)$ . Мотивом уведення такого обмеження може слугувати той факт, що аномальні похибки з'являються настільки рідко, що апріорні дані щодо частоти їх появи відсутні або малодостовірні, а фізичні чинники діють, як правило, у незалежний спосіб. Слід наголосити, що накладені обмеження не порушують справедливості попередньо отриманих співвідношень, а стосуються лише до спрощень процедур обчислення вагових співмножників  $p[\varphi(k) = i / Y_1^k]$ , які тепер матимуть вигляд:

$$p[\varphi(k) = i / Y_1^k] = q_i(k) \pi \left[ y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i \right] \left\{ \sum_{i=1}^N q_i(k) \pi \left[ y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i \right] \right\}^{-1} \quad (10)$$

Структура синтезованого фільтра показана на рис. 1, практична реалізація якого потребує використання мікро-ЕОМ.

Поєднання функцій виявлення аномальних похибок та оцінювання надає представленій структурі адаптивних рис, проте на жаль усі обчислення повинні виконуватись у темпі над-

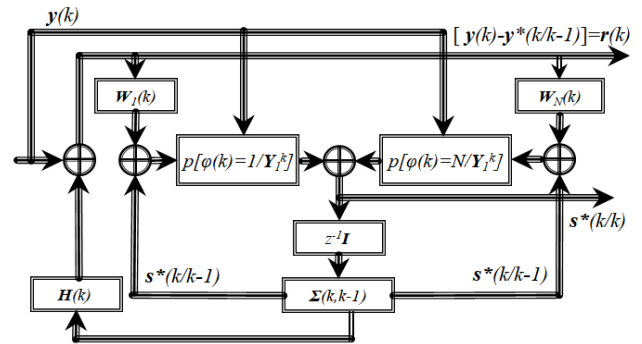


Рис. 1. Схема формування псевдобайєсових оцінок

ходження результатів спостережень. Це пояснюється тим, що кореляційна матриця похибок оцінювання  $D(k/k)$  через обчислення апостеріорних ймовірностей  $p[\varphi(k) = i / Y_1^k]$  залежить від поточних результатів спостережень  $y(k)$ :

$$P(\%) = \{ P_1(\%) + [s_1^*(\%) - s^*(\%)] [s^*(\%) - s^*(\%)]^T \} p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] + \{ P_N(\%) + [s_N^*(\%) - s^*(\%)] [s^*(\%) - s^*(\%)]^T \} p[\varphi(k) = N / Y_1^k]. \quad (11)$$

У справедливості виразу (11) можна перекозатись, якщо згадати, що точність оцінювання за означенням описують формулою

$$E \left\{ [s(k) - s^*(\%)] [s(k) - s^*(\%)]^T / Y_1^k \right\} = \int [s(k) - s_1^*(\%)] [s(k) - s_1^*(\%)]^T \pi[s(k) / Y_1^k] ds(k)$$

де густина розподілу  $\pi[s(k) / Y_1^k]$  являє собою зважену суму (6).

**Узагальнення рівнянь фільтрації на випадок апріорної невизначеності щодо ймовірностей появи несправностей.** Даний підрозділ присвячено питанням оцінки величини  $y$  у темпі реального часу з використанням принципів адаптивного прийому та елементів самоорганізації.

Модель каналу спостережень (2) залишається працездатною і у тому випадку, коли апріорні дані про ймовірність аномальних похибок повністю відсутні. Проте, неявно вважається, що послідовність  $\varphi(k)$  залишається незалежною на кожному кроці, а ймовірність справної роботи каналу спостережень є величина постійна, але невідома для спостерігача. Для того, щоб залишатись у рамках байєсової методології робиться припущення про рівномірний закон розподілу величини  $q_i(k)$  у діапазоні  $[0, 1]$ . Як і у попередньому підрозділі,  $s^*(k/k)$  буде обчислюватись у вигляді зваженої суми

$$s^*(\%) = \sum_{i=1}^N s_i^*(\%) p[\varphi(k) = i / Y_1^k]. \quad (12)$$

Різниця полягає у тому, що замість апріорно заданої величини  $q_i(k)$ , яка входить до виразу (10) необхідно підставляти середнє значення цієї

імовірності  $\overline{q_i(k)}$ . Покажемо, що його можна обчислювати за формулою

$$\overline{q_i(k)} = \int_0^1 q_i \pi[q_i / Y_1^k] \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, q_i] \{\pi[y(k) / Y_1^{k-1}]\}^{-1} dq_i. \quad (13)$$

Для цього представимо апостеріорну ймовірність  $p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k]$  як

$$p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] = \int_0^1 \pi[\varphi(k) = 1, q_1 / Y_1^k] dq_1 = \int_0^1 \pi[q_1 / Y_1^k] p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k, q_1] dq_1. \quad (14)$$

Результат застосування формули Байєса до  $\pi[q_1 / Y_1^k]$  дає формулу першого

$$\pi[q_1 / Y_1^k] = \pi[q_1 / Y_1^{k-1}] \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, q_1] \{\pi[y(k) / Y_1^{k-1}]\}^{-1}, \quad (15)$$

де  $\pi[q_1 / Y_1^{k-1}]$  – функція, відома з попереднього циклу обчислень. Другий співмножник у (14) за умови фіксованого значення  $q_1$  можна представити як

$$\pi[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] = \frac{q_i \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = 1, q_i]}{q_i \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = 1, q_i] + (1 - q_i) \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = N, q_i]}. \quad (16)$$

Оскільки результат спостережень  $y(k)$  явно не залежить від  $q_1$ , то

$$\pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = 1, q_1] = \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = 1].$$

Знаменник (16) являє собою густину розподілу  $\pi[y(k) / Y_1^{k-1}, q_1]$ . Об'єднання (14)–(16) дає результат:

$$p[\varphi(k) = 1 / Y_1^k] = \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = 1] \int_0^1 \pi[q_1 / Y_1^k] dq_1, \quad (17)$$

а подвійне осереднення знаменника (16) по  $q_1$  та  $\varphi(k)$  дозволяє виразити його через  $q_1$  та  $\pi[q_1 / Y_1^k]$ ,  $\pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i]$ , тобто

$$\begin{aligned} \pi[y(k) / Y_1^{k-1}] &= \int_0^1 \pi[q_1, y(k) / Y_1^{k-1}] dq_1 = \int_0^1 \pi[q_1 / Y_1^k] \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, q_1] dq_1 = \\ &= \int_0^1 \{q_i \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = 1] + (1 - q_i) \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = N]\} \pi[q_1 / Y_1^{k-1}] dq_1 = \\ &= \sum_{i=1}^N \overline{q_i(k)} \pi[y(k) / Y_1^{k-1}, \varphi(k) = i], \quad i = 1, N, \end{aligned}$$

$$\text{де } \overline{q_1(k)} = \int_0^1 q_1 \pi[q_1 / Y_1^k] dq_1; \quad \overline{q_N(k)} = 1 - \overline{q_1(k)}.$$

**Результати моделювання.** Оскільки розроблені пристрої відновлення мають якісні показ-

ники, що залежать від результатів поточних спостережень, а взаємодіючі інформаційні потоки, за фізичною природою – стохастичні, то у основу оцінювання ефективності розроблених фільтрів слід покласти можливість виконання цифрового статистичного моделювання за методом Монте–Карло. У якості ілюстративного прикладу розглянемо процес посадки повітряного судна (ПС) у фазі планування. Суть цієї фази полягає у спрямуванні ПС за допомогою посадкового радіомаяка уздовж вибраної траєкторії посадки під кутом приблизно у  $-3^0$  до площини злітно-посадкової смуги. У якості математичної моделі зміни кута місця ПС вибрана модель Зінгера [23] другого порядку, згідно якої перехідна матриця  $\Sigma(k+1, k)$  у (3) має вигляд  $\Sigma(k+1, k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , де  $T$  – інтервал дискретизації, який становить 0.0247 с, що відповідає частоті сканування радіомаяка у 40.5 Гц. Інші необхідні апіорні дані наведені у табл. 1.

У даному обчислювальному експерименті апостеріорний розподіл  $\pi[s(k) / Y_1^k]$  апроксимувався на інтервалі  $[0, 1]$  рівномірною сіткою, яка складалась з 50 точок. Середнє значення ймовірності справного стану каналу спостережень на кожному такті обчислювалось на основі співвідношення (16). На рис. 2а показана одна з можливих реалізацій потоку первинних вимірювань кута місця ПС з аномальними похибками і результат її обробки адаптивним фільтром, а на рис. 2б представлена поточна точність оцінювання.

Теоретичні значення  $P_{11}(k/k)$  розраховувались за формулами (11), (13), а фактичні значення  $P_{11}(k/k)$  отримувались шляхом осереднення 50-и реалізацій оцінок, що вироблялися адаптивним фільтром. Розходження між теоретичними та експериментальними значеннями на перших 50–60 тактах обчислювального процесу можна пояснювати ефектом самонавчання адаптивного фільтра з метою подолання початкової апіорної невизначеності, про що свідчать рис. 3 та рис. 4. На рис. 3а представлена апостеріорна ймовірність появи аномальних похибок, а її середнє значення змінюється у часі так, як показано на рис. 3б.

Таблиця 1

**Апіорні дані для обчислювального експерименту**

$T = 0.0247, \quad M = 50, \quad q_1(k) = 0.80, \quad \mathbf{R}(k+1) = 0.0036, \quad \mathbf{Q}(k) = 0.0001, \quad N = 1, \quad 25$ $\mathbf{H} = [1 \quad 0],$ $s(0) = \begin{bmatrix} 3.000 \\ 0.000 \end{bmatrix}, \quad s^*(\%) = \begin{bmatrix} 2.900 \\ 0.006 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}(\%) = \begin{bmatrix} 0.640 & 0.000 \\ 0.000 & 0.040 \end{bmatrix}.$
--

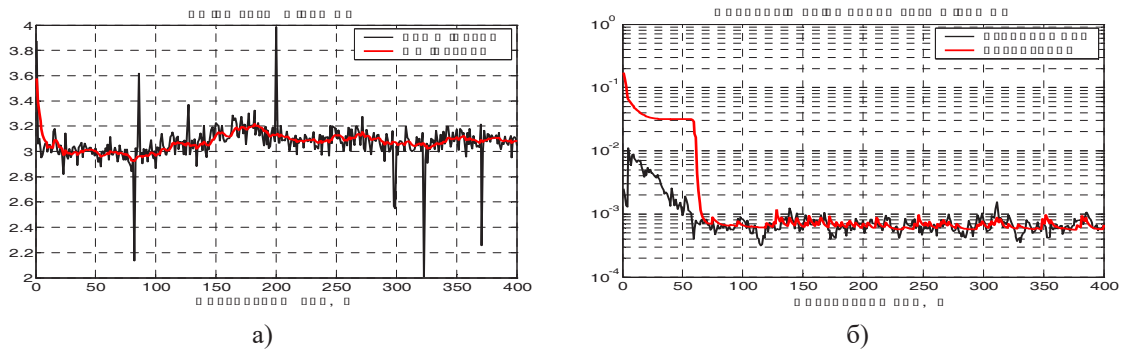


Рис. 2. Результат обробки потоку первинних спостережень адаптивним фільтром

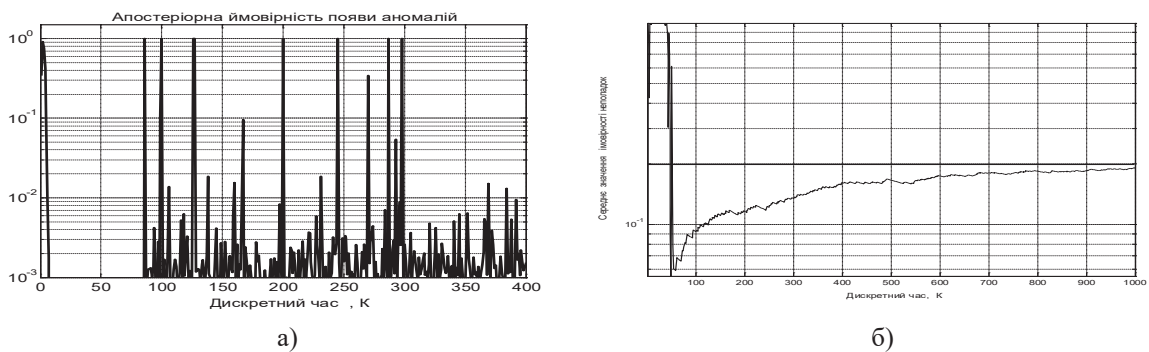


Рис. 3. Часові характеристики процесу адаптації

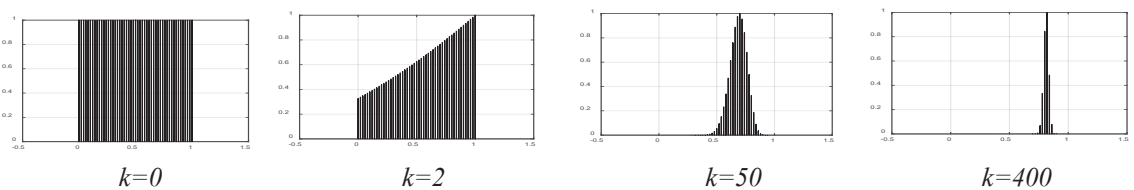


Рис. 4. Зміна у часі густини розподілу  $\pi[s(k)/Y_1^k]$  у процесі адаптації

На рис. 4 показана еволюція густини розподілу ймовірності справного стану каналу спостережень у процесі адаптації.

З наведених результатів неважко помітити, що після того як статистика аномалій вивчена, процес збіжності до істинного значення ймовірності справного стану каналу спостережень 0.8 проходить вельми повільно. Це означає, що адаптивні схеми фільтрації слід використовувати у тих випадках, коли питання оптимізації перехідного процесу не стоїть на порядку денному, а динаміка зміни у часі інформаційного параметру значно повільніша за динаміку адаптивного фільтра.

**Висновки.** За результатами представленої роботи можна стверджувати, що за характеристиками точності адаптивний фільтр близький до

оптимального фільтра, який генерує псевдобайсові оцінки вектора стану системи, але на відміну від останнього не потребує апріорних даних щодо ймовірності появи аномалій. Проте його реалізація потребує значних обчислювальних ресурсів, що пов'язано з апроксимацією неперервної густини розподілу  $\pi[s(k)/Y_1^k]$  значеннями у дискретних точках та подальшим зберіганням цих значень у процесі поточних обчислень.

Вельми повільна збіжність оцінок ймовірності справного стану каналу спостережень означає, що представлену адаптивну схему фільтрації доцільно використовувати у тих випадках, коли динаміка інформативних параметрів значно повільніша за динаміку адаптивного фільтра.

**Список літератури:**

1. Blanke M., M. Kinnaert, J. Lunze, and M. Staroswiecki. Diagnosis and Fault Tolerant Control. Springer, –Verlag, Berlin, Heidelberg. 2016. p. 695.
2. Thirumarimurugan M., Bagyalakshmi N., Paarkavi P. Comparison of fault detection and isolation methods: A review. 10th International Conference Intelligent Systems and Control ( ISCO). 2016. P. 1–6.

3. Escobet T., Bregon A.B, Puig P. Fault Diagnosis of Dynamic Systems Quantitative and Qualitative Approaches. Springer International Publishing, 2019. p. 462.
4. Zolghadri A., Henry D., Cieslak J., Efimov D., Goupil P. Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control and Guidance for Aerospace Vehicles, From Theory to Application. Springer-Verlag, London, 2014.
5. Varga. A. Solving Fault Diagnosis Problems. Linear Synthesis Techniques. Studies in Systems, Decision and Control. Springer International Publishing. Vol. 84. 2017, p. 394.
6. Ossmann D., Varga A. Detection and identification of loss of efficiency faults of flight actuators. Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., 25: 53-63, 2015.
7. Friedland B. Treatment of bias in recursive filtering / B. Friedland // IEEE Trans. Autom. Contr. 1969. Vol. AC. 14. № 4. P. 359–367.
8. Kim K. H., Lee J. G., Park C. G. Adaptive two-stage Kalman filter in the presence of unknown random bias, International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, vol. 20, no. 7, P. 305–319, 2006.
9. Chen F. C., Hsieh C. S. Optimal multistage Kalman estimators, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 45, no. 11, P. 2182–2188, 2000.
10. Kitanidis P. K. Unbiased minimum-variance linear state estimation, Automatica, vol. 23, no. 6, P. 775–778, 1987.
11. Gillijns S., Moor B. Unbiased minimum-variance input and state estimation for linear discrete-time systems. Automatica, vol. 43, no. 1, P. 111–116, 2007.
12. Hsieh C.S. Optimal minimum-variance filtering for systems with unknown inputs, in Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA '06), vol. 1, P. 1870–1874, Dalian, China, June 2006.
13. Volovyk A., Kychak V. Detection Filter Method in Diagnostic Problems for Linear Dynamic Systems. Visnyk NTUU KPI Seriia – Radiotekhnika Radioaparaturbuduvannia, 2021, Iss. 84, P. 30–39.
14. Саридис Дж. Самоорганизующиеся стохастические системы управления. Пер. с англ. / Под ред. Я.З. Цыпкина. М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1980. 400 с.
15. Kim Pyung Soo. A Fault Detection Algorithm using Multiple Residual Generation Filters Journal of Telecommunication Electronic and Computer Engineering 2017 Vol. 9, No 3. P. 12–17.
16. Tipaldi Massimo, and Bruenjes Bernhard. Survey on Fault Detection, Isolation, and Recovery Strategies in the Space Domain, Journal of Aerospace Information Systems, Vol. 12, No. 2 (2015), P. 235–256.
17. Baranowski Jerzy, Bania Piotr, Prasad Indrajeet, Cong Tian. Bayesian fault detection and isolation using Field Kalman Filter. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing 2017
18. Кичак В. М. Методи та пристрої обробки радіосигналів бортових авіаційних систем посадки: монографія / В.М. Кичак, Ю.М. Воловик, А.Ю. Воловик. Вінниця : ВНТУ, 2011. 208 с.
19. Volovyk A.Yu., Kychak V.M., Navrilov D.V. Discrete Kalman Filter Invariant to Perturbations. Acta Polytechnica Hungarica, 2021? Vol. 18, No. 10, pp. 21–41.
20. Саридис Дж. Самоорганизующиеся стохастические системы управления. Пер. с англ. / Под ред. Я.З. Цыпкина. М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1980. 400 с.
21. Сейдж Э.П., Уайт Ч.С. Оптимальное управление системами. Пер. с англ. Под ред. Б.Р. Левина. М. : Радио и связь, 1982. 392 с.
22. Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Рапопорт Л.Б. Математическая теория автоматического управления: учебное пособие. М. : ЛЕНАНД, 2019. 500 с., ISBN 978–5–9710–6486–2.
23. Зингер Р.А. Оценка характеристик и выбор фильтров сопровождения в реальном масштабе времени для тактических систем вооружения / Р.А. Зингер, М. С. Бенке. Зарубежная радиоэлектроника. 1971. № 1. С. 17–26.

### **Volovyk A.Yu. ADAPTIVE ESTIMATION OF THE DYNAMIC SYSTEMS STATE IN THE PRESENCE OF THE OBSERVATION CHANNEL FAULTS**

*In practice, there are cases of sudden changes in the physical systems dynamics, that are the reason for the deterioration of their quality factors. Such changes are usually classified as malfunctions or failures. As usual, to maintain the constant performance of the system, a procedure is used to compensate for the faults influence due to hardware-architectural or functional redundancy. For this purpose, the model of the observation channel was corrected. The model doesn't exclude the appearance of different accuracy results, including anomalous ones. The synthesis result is presented as a filter with reduced sensitivity to anomalous errors. The resistance of the synthesized filter to anomalous errors is achieved by weight averaging the estimates of a filter pair operating in parallel. Each of the filters is tuned to the corresponding hypothesis about the observation channel state. The a posteriori probabilities of the operational condition of the observation channel and its alternatives are used as weight factors. Since the calculation of a posteriori probabilities requires the results*

*of current observations, the synthesized filter is non-linear with respect to the results of observations. In this regard, its practical implementation requires preliminary statistical modeling using the Monte Carlo method.*

*To overcome a priori uncertainty about the probability of anomalous errors occurrence, a variant of constructing an adaptive filter was proposed. In this filter, instead of a priori given values of the anomalous errors occurrence probabilities, their average values were used. A demonstrative example is given that proves the operability of the synthesized filter. The limits of its application are determined in terms of the assessment quality and the duration of the adaptation process. This is an estimate of the accuracy of the current filtering results.*

**Key words:** *adaptation, anomalous errors, pseudo-Bayesian estimates, observation results of different accuracy, Kalman filter.*